

光弹颗粒材料的直剪实验研究

杨荣伟, 程晓辉

(清华大学土木工程系, 清华大学结构工程与振动教育部重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 对颗粒材料中的力链分布特征的了解, 有助于从根本上了解颗粒材料基本性质。借助光弹实验, 对两种直径混合的颗粒材料在二维直剪作用下的平均强度力链分布和几何结构变化进行了初步的探索。光弹实验方法是目前能够直观观察到力链分布的唯一有效的实验方法, 在进行光弹实验前, 设计研制了光弹直剪仪并进行了多次光弹圆盘颗粒材料退火实验。利用数字图像技术对光弹实验结果进行处理, 并尝试用彩色梯度算法表征颗粒材料的平均受力情况, 并获得平均强度力链。结果表明, 二元颗粒材料集合体的几何结构具有各向异性。对力链方向统计分析表明, 平均强度力链出现了局部化。

关 键 词: 颗粒材料; 光弹实验; 力链; 几何结构; 数字图像处理

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Direct shear experiments of photoelastic granular materials

YANG Rong-wei, CHENG Xiao-hui

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: It has been realized that, the force chain is crucial to the fundamentals of granular materials. The photoelastic granular material of bi-disperse discs was employed to investigate the evolution of the packing and the force chain when subject to 2D direct shearing. Photoelastic experiments of granular materials were employed for the first time in the study of force chains of granular materials in China. Experimental techniques were dealt with including the development of a photoelastic direct shear apparatus as well as the manufacturing and annealing of Polycarbonate discs. The photoelastic direct shear experiments results as obtained were processed using the digital image processing methods, in which the average color gradient method was introduced to extract the force chain information developed. Anisotropy of the packing of the bi-disperse granular material was observed. The equally important was the localization of intermediate strong force chains based on the statistical analysis.

Key words: granular materials; photoelastic experiment; force chain; packing; anisotropy; digital image processing.

1 引 言

颗粒材料的研究在工业上的应用相当多, 如砂土、矿物、粉末和药品的传输和制备, 其影响范围涉及土木建筑、农业、化工、机械、医药和食品加工等行业。在美国, 每年涉及到颗粒材料处理的金额约有一万亿美元^[1]。因此, 对颗粒材料的行为进行研究具有重大的经济意义。

在土木工程领域, 岩土颗粒本质和用传统连续理论来分析岩土变形和力学行为的局限性早已被人认识到。为了解决砂土连续理论的局限性, Terzaghi^[2]在二十世纪初已经提出了建议: 岩土力学学科摆脱目前困境的方法是放弃旧的基本力学原

理, 从岩土是由颗粒组成的这一本质特点重新开始进行研究。岩土颗粒间力的作用特点也和随后土力学基本原理——有效应力原理密切相关。

关于颗粒间力或“有效应力”的研究均表明^[3-5], 颗粒材料受力后, 其中的每个颗粒并非均匀受力, 只有部分颗粒承受较大的力(大于平均作用力), 当这些颗粒相互串联接触排列时, 即构成了所谓的“平均强度力链”。目前, 颗粒力学和岩土颗粒力学领域普遍认为^[6-8], 对颗粒材料中的力链分布特征的了解, 有助于从根本上了解颗粒材料基本性质。

上世纪30年代, 随着光敏感性较好的材料——酚醛塑料的发现, 光弹实验方法开始成为连续介质应力研究的一种有效方法^[9]。自上世纪50年代以来,

国外在颗粒力学实验研究中,也开始利用光弹实验手段,进行了颗粒力学方面相关的研究^[1, 3, 5, 6, 10]。其中, Drescher 等人^[5]以及Allersma^[6]利用了颗粒光弹实验进行了一些应用研究, Allersma更是将颗粒光弹性实验应用于多种类型的剪切实验、CPT实验、漏斗实验和离心机实验中,取得了丰硕的成果,而De Josselin、De Jong 等人^[3]的简单剪切光弹实验结果更是被Cundall等人^[4]用来验证离散元方法的精确程度;文献^[1, 10]则从颗粒物理角度,利用颗粒光弹实验研究颗粒的本质机理。其中, Majmudar^[10]利用统计方法,定量研究了纯剪和双向受压状态下,颗粒接触力大小和方向不同的变化规律,获得了有意义的结论。综上,颗粒光弹实验这些研究工作极大地促进了颗粒力学理论和数值计算的发展。在国内,相对于颗粒理论和数值计算的蓬勃发展,在颗粒实验方面,特别是颗粒光弹实验进展缓慢。正是在此背景下,本文研制了颗粒光弹直剪仪,并通过该直剪仪对颗粒材料性质进行了初步的实验研究。

2 光弹实验原理及实验结果处理方法

本节在传统光弹实验力学原理和方法基础上,阐明了颗粒光弹实验的基本原理,实验结果处理方法等。

2.1 光弹实验基本原理及其光学装置图^[11]

2.1.1 光弹实验基本原理—光学-应力定律

当光弹模型放在偏振光场中时,如果模型受力,将产生暂时双折射现象,即入射的偏振光沿两个主应力(如图1中 σ_1 和 σ_2)方向分解为两束相互垂直偏振光,且分解后两束偏振光射出试件时产生相位差 δ 。光弹实验证明,相位差 δ 与主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ 和模型厚度 t 成正比,和光波长 λ 成反比,即:

$$\delta = \frac{Ct(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} \times 2\pi \quad (1)$$

式中: C 为材料的光学常数,与材料和光波波长有关。上式称为应力-光学定律(Maxell定理),是光弹性实验的理论基础。

2.1.2 光学装置图

本实验采用的正交圆偏光场布置图(光源采用普通液晶显示器),如图1。

如图1所示,两束偏振光通过检偏镜 A 后将在一个平面内振动,且发生了干涉而形成干涉条纹,其光强为:

$$I = ka^2 \sin^2 \left[\frac{\pi Ct(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} \right] \quad (2)$$

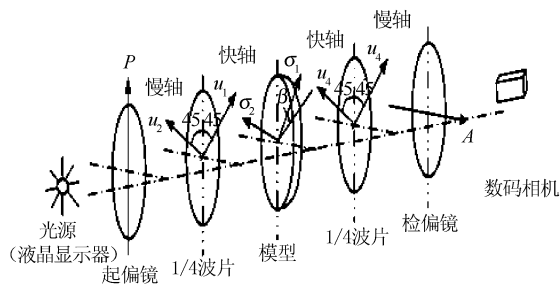


图1 正交圆偏光场布置图

Fig.1 Schematic view of the circular polarimeter setup

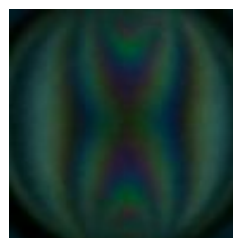


图2 颗粒彩色条纹图.

Fig.2 Color Fringe pattern of a disc

若 $\sin \frac{\pi Ct(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} = 0$, 则 $I = 0$, 即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi Ct(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} &= n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \\ \text{或为: } \sigma_1 - \sigma_2 &= \frac{n\lambda}{Ct} = n \frac{f_\sigma}{t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: k 为常数; a 为光波振幅; f_σ 称为光弹材料的条纹值。上式表明,模型上某点的主应力差为 f_σ/t 的 n 倍时($n = 0, 1, 2, \dots$),该点即消光,在屏幕上的像呈暗点。因为物体受力后其应力变化是连续的,所以主应力差为 f_σ/t 整数倍的各个暗点将构成连续的暗线,此暗线称为等差线。光弹实验结果的处理就是通过对光强 I 或条纹级数 n 的量测,而反推其主应力差值大小。如果用白色光源,看到的是彩色干涉条纹,见图2;如果用单色光源,看到的是明暗相间干涉条纹。

2.1 光弹颗粒直剪仪和光弹材料研制及实验步骤

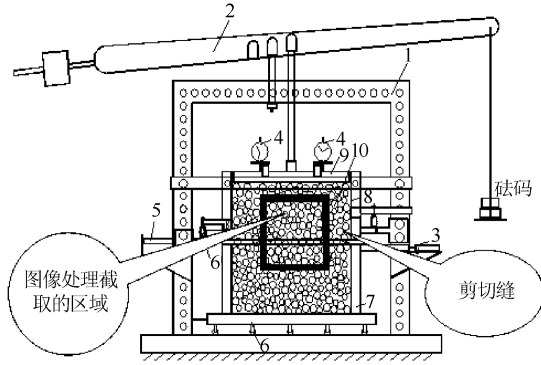
2.2.1 光弹直剪仪和光弹材料的制备

本文设计光弹直剪仪器装置,其装置示意图如图3所示。

光弹性材料选用德国公司生产聚碳酸酯棒,将之切削成直径分别为 10.2 ± 0.2 mm和 8.4 ± 0.2 mm,厚为 7.5 ± 0.2 mm的圆盘。材料条纹值为7 500 N/m/条纹,弹性模量为2.4 GPa,泊松比为0.36。切削过程中产生了较大的加工应力,所以在试验前,必须先对聚碳酸酯小圆盘进行退火实验以消除加工应力。

2.2.2 实验步骤

(1) 试样安装：将退火后的聚碳酸酯光弹性颗粒按：10.2 mm数量：8.4 mm数量=2：5比例混合（直径10.2 mm颗粒366个，8.4 mm颗粒916个），并随机手工填入剪切盒内。加上加载板板、在加载板的两边各安装百分表测量垂直变形。



1-固定钢框架；2-杠杆垂直加载系统；3-水平推动装置（含手轮）；4-百分表5-测力环（含千分表）6-滚动轴承；7-直接剪切仪下盒；8-直接剪切仪上盒；9-加载板；10-光弹颗粒材料

图3 光弹直剪仪装置示意图

Fig.3 Schematic view of photoelastic direct shear apparatus

(2) 试验加载：用垂直应力 50 kPa 和 100 kPa 加载，每种垂直应力工况的实验重复 3 次，共 6 组实验。以 1.24 mm/min 的速率（每分钟 10 转的均匀速度旋转手轮）剪切试件，读取测力环的千分表、加载板上的百分表读数，拍摄两张图片，一张为暗室条件下的颗粒材料光弹图片，一张为移除靠近相机的圆偏光镜，明室条件下颗粒几何位置图片。

2.3 光弹实验的应力测量方法

2.3.1 光弹实验的应力测量方法介绍

目前，见于文献中的光弹图片应力量测的主要方法有以下 4 种：

(1) 应力条纹级数法

De Josselin、De Jong 等人^[3]通过光弹实验，对少数几个颗粒在外力作用下的应力条纹级数 n 进行人工计数，并将应力条纹级数所反映的主应力差值和弹性力学的主应力分布解析解进行比较，求得边界接触力的大小和方向。这种方法工作量很大，且由于图像精度的限制，应力条纹计数会产生误差。这种方法适用于颗粒材料中个数不多的颗粒受力情况的确定。

(2) 间接测量相位差法

Allersma^[6]以激光为光源，通过旋转检偏镜，测量碎玻璃颗粒材料中特定点的最大光强和最小光

强，换算得到该点的相位差。从而可得到该点的主应力差值。实验结果表明，该测量方法能够较好地测定颗粒材料的应力分布，同时，最大光强和最小光强测定误差引起得到的相位差误差较大，是该方法的局限。

(3) 平均平方灰度梯度经验法

Hartley^[1]提出了分析颗粒材料平均作用力的 $\langle G^2 \rangle$ 经验标定方法。该方法定义的平均平方灰度梯度的计算如图 4 及式 (4)、(5) 所示：

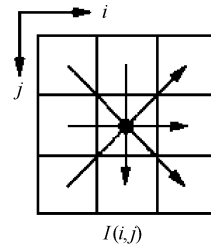


图4 $\langle G^2 \rangle$ 计算示意图

Fig.4 Schematic view of $\langle G^2 \rangle$ calculation

$$|\nabla I_{i,j}|^2 = \left(\frac{I_{i-1,j} - I_{i+1,j}}{2} \right)^2 + \left(\frac{I_{i,j-1} - I_{i,j+1}}{2} \right)^2 + \left(\frac{I_{i-1,j+1} - I_{i+1,j-1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{I_{i-1,j-1} - I_{i+1,j+1}}{2\sqrt{2}} \right)^2 / 4 \quad (4)$$

从而，每个颗粒的平均平方灰度梯度为：

$$\langle G^2 \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\nabla I_{i,j}|^2 \quad (5)$$

式中： $I_{i,j}$ 是像素点 (i,j) 处图像的灰度值， $N * N$ 为颗粒内像素的个数。

实验发现，随着颗粒接触力的增加，其等差线条纹级数也相应增加，而等差线条纹级数的增加，导致了光弹图像平均平方灰度梯度的增大。实验研究表明，圆盘颗粒边界接触力大小的平均值 F 和颗粒内平均平方灰度梯度 $\langle G^2 \rangle$ 的大小成一定的比例关系。通过对 $\langle G^2 \rangle$ 的量测，可以反推颗粒的平均受力情况。该方法只适用于单色光场下的光弹图片处理。

(4) 数值拟合法

Majmudar^[10]在前人工作地基础上，利用上节式(2)和弹性力学中圆盘在边界力作用下的应力分布解析解，通过非线性数值拟合得到每个颗粒边界上接触力的大小和方向。该方法能够精确得到每个颗粒的接触力的大小和方向，但由于涉及到非线性拟合计算，且需逐个圆盘求解，所以，计算量和工作量较大。

2.3.2 平均彩色梯度算法

由于本文的光弹图片为 RGB 图片, 所以, 不能采用平均平方灰度梯度来量测颗粒的作用力。在平均平方灰度梯度的基础上, 本文采用了平均彩色梯度方法, 其具体算法详见文献[12]。

单一颗粒的平均彩色梯度为:

$$\langle G^2 \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_{\theta}(i, j) \quad (6)$$

式中: $F_{\theta}(i, j)$ 为颗粒任意像素 (i, j) 彩色梯度值; $N \times N$ 为颗粒内的像素个数。其彩色梯度图见图 5。

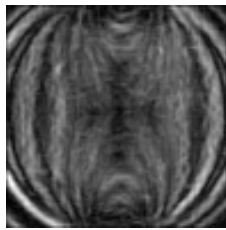


图 5 颗粒平均彩色梯度图

Fig.5 Average color gradient pattern of a disc

2.3.3 定量计算每个颗粒的平均接触力 F

为了定量获得每个颗粒的受力大小, 对两种直径的颗粒 $\langle G^2 \rangle$ 和平均接触力 F 大小的关系进行标定, 如图 6 和图 7。

由图 6 和图 7 可知, 直径为 10.2 mm 的颗粒在 0~45N 范围内, 8.4 mm 的颗粒在 0~25N 范围内, $\langle G^2 \rangle$ 和 F 均呈单调递增关系, 当这两种颗粒受力超过各自范围时, 则不可用 $\langle G^2 \rangle$ 来计算 F 。

2.4 颗粒几何位置信息的获取

2.4.1 颗粒几何位置信息的获取

本实验由于圆偏光镜和光源尺寸的限制, 无法拍摄得到整个直剪盒内力链的分布图。故实验分析中均以剪切缝为中轴, 在剪切盒的中心区域, 截取

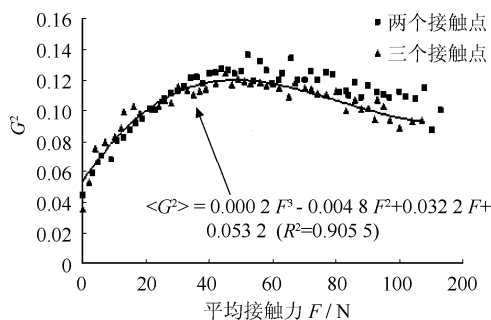


图 6 10.2 mm 颗粒平均彩色梯度 $\langle G^2 \rangle$ 和平均接触力关系图

Fig.6 Relationship of $\langle G^2 \rangle$ and the mean contact force for 10.2 mm discs

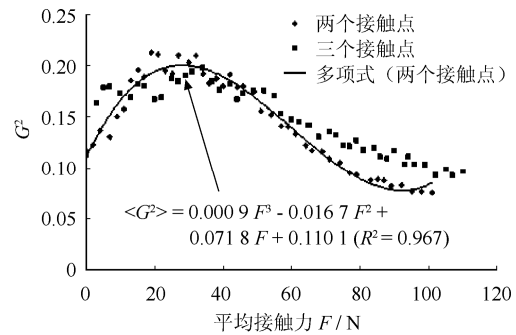


图 7 8.4 mm 颗粒平均彩色梯度 $\langle G^2 \rangle$ 和平均接触力关系图
Fig.7 Relationship of $\langle G^2 \rangle$ and the mean contact force for 8.4 mm discs

一个大小为 100*100 像素 (约 120 mm*120 mm) 的光弹颗粒材料试件的照片为研究对象 (如图 3)。

本文借助 Matlab 计算软件对无偏光镜的颗粒图片进行处理, 采用形态学操作来获取图片中颗粒的圆心坐标。在得到圆心坐标后, 根据圆盘圆心距离及其半径之间的关系判断接触情况, 并得到接触点的坐标。

2.4.2 位于平均强度力链内颗粒判定准则

当一个颗粒的平均彩色梯度, 大于颗粒材料内所有颗粒平均彩色梯度的统计均值时, 判定该颗粒为平均强度力链上的颗粒。

3 实验结果分析

3.1 直剪过程中颗粒材料几何结构变化

本文用颗粒接触向量角度分布及变化, 来表示颗粒材料几何结构的变化。接触向量的定义见图 8 所示。由接触向量的定义可知, 同一接触点处的一对接触向量总是对称的, 通过对接触向量角度的统计分析研究了颗粒材料在直剪过程中的几何结构变化。

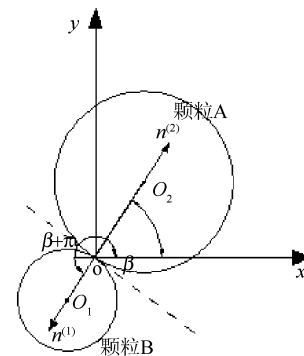


图 8 接触点处接触向量 $n^{(1)}$ 和 $n^{(2)}$ 方向

Fig.8 Schematic view of the contact vector of discs

图 9 为第一组法向应力为 50 kPa 直剪试验, 由于篇幅所限, 其它 5 组试件的接触方向变化分布图就不

一一列出。为了研究比较方便, 本文将频率大于0.02的角度区间称为“极化角区间”, 初始阶段的“极化角区间”称为“初始极化角区间”, 峰值强度阶段的“极化角区间”称为“有效极化角区间”。同一频率图中, 若颗粒材料试件出现多个“极化角区间”, 则将频率最大的“极化角区间”称为“最大极化角区间”。

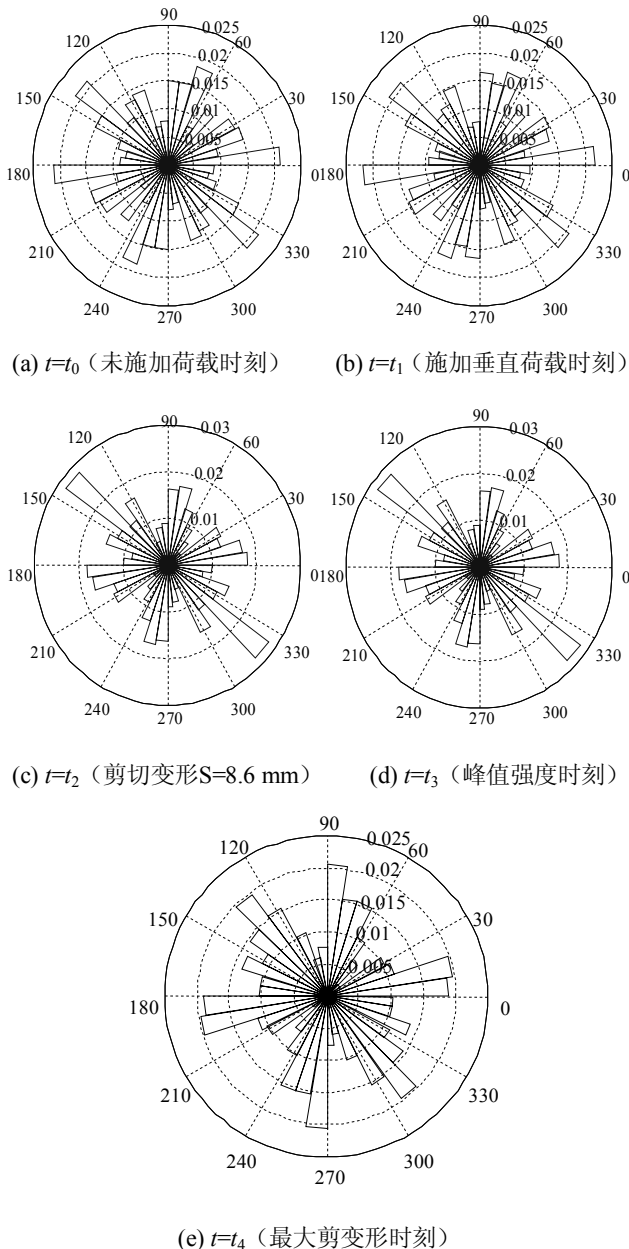


图9 直剪作用下各时刻接触向量方向分布变化(法向应力50 kPa 第一组实验, 图中的频率分布图按每9°统计)
Fig.9 Evolution of the contact vectors of the disc assembly subjected to the direct shearing

6个试验各阶段“极化角区间”及变化如表1所示。

对表1的6组试件的比较发现, 两种直径颗粒混合而成的颗粒材料, 在初始阶段大都具备一个以上的“极化角区间”, 这表明材料几何结构在初始阶段

表1 接触向量极化角区间

Table 1 The interval of polarization angle in contact network

直剪实验编号	初始极化角区间	S=8.6 mm (50 kPa) S=3.7 mm (100 kPa)	有效极化角区间	最大剪切位移时极化角区间
50 kPa-1	[0°~9°] [135°~144°]	[135°~144°]	[135°~144°]	[9°~18°] [81°~90°]
50 kPa-2	[72°~90°] [153°~171°]	[153°~162°]	[144°~162°]	[0°~9°] [135°~144°]
50 kPa-3	[18°~27°] [144°~153°]	[90°~99°] [144°~153°]	[144°~153°]	[90°~99°] [144°~153°] [171°~180°]
100 kPa-1	[27°~45°] [90°~99°] [144°~162°]	[27°~45°] [144°~162°]	[27°~36°] [90°~99°] [144°~162°]	[27°~36°] [81°~99°] [144°~162°]
100 kPa-2	[36°~45°] [90°~99°] [153°~162°]	[90°~99°] [144°~162°]	[153°~162°]	[90°~108°] [153°~162°]
100 kPa-3	—	—	[27°~36°] [117°~126°]	[27°~36°] [117°~126°]

注: 50 kPa-1 表示, 法向应力为 50 kPa 的第一组颗粒材料试件; — 线代表无明显极化角区间的情况; 带有底纹的“极化角区间”为“最大极化角区间”; 下面表格规定类似。

就具备各向异性, 初始各向异性的出现原因, 有待于以后进一步研究。随着剪切变形的增大(此时剪切强度也相应增大), 颗粒材料几何结构的各向异性愈加明显, 在峰值强度时各向异性最为明显, 这表明直剪作用加剧了材料几何结构的各向异性。比较还发现, “有效极化角区间”均在“初始极化角区间”范围内, 这表明颗粒材料初始几何结构的各向异性, 对其后直剪过程中几何结构的演变有决定性影响。而到达峰值强度后, 随着剪切变形的持续增加, 颗粒材料的接触向量在“极化角区间”的频率有所减小, 而“极化区间”的个数, 相对于峰值强度时的个数则有增加的趋势, 表明颗粒试件几何结构的各向异性减弱了。

3.2 平均强度力链的分布特征

考虑到由 $\langle G^2 \rangle$ 计算平均接触力的局限问题(见2.3.3节), 特选取剪切应力较小的工况进行分析。

本文根据前面对平均强度力链的定义, 将颗粒法向接触力的方向, 近似表示为力链方向。并对力链接触方向分布进行统计分析, 各组实验平均强度力链分布及其方向分布统计结果如图10所示。

上图中各坐标轴的单位为像素长度(每个像素0.109 mm), A阶段代表施加垂直荷载时刻, B代表 $S = 3.7 \text{ mm}$ 时刻, C代表 $S = 8.6 \text{ mm}$ 时刻。没有用线连接的颗粒为无接触的颗粒; 右图中频率分布, 每个角度区间为9°。各阶段“极化角区间”变化如表2所示。

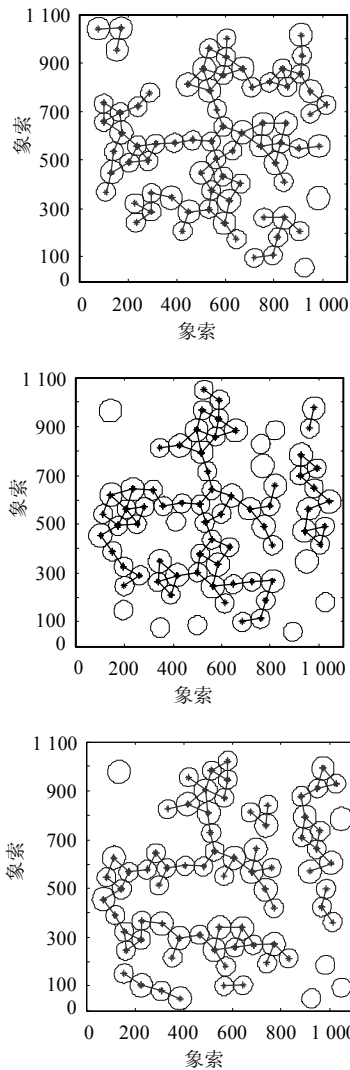


图 10 50 kPa-1 号试件的力链分布图

Fig.10 Intermediate strong force chains of No. 50 kPa-1

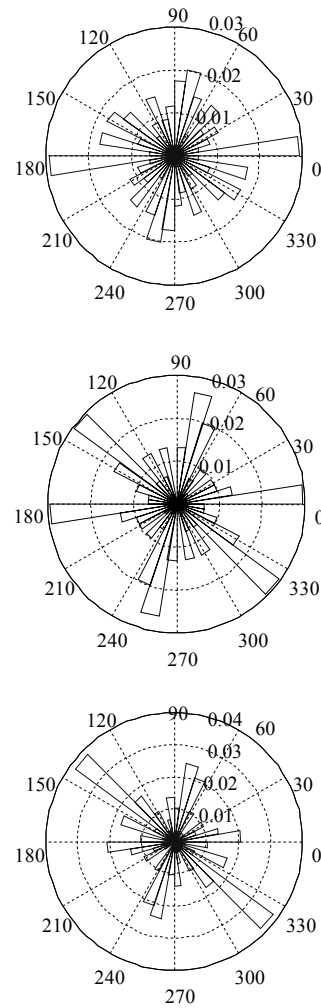


图 11 50 kPa-1 号试件的力链角度分布图

Fig.11 Statistics of orientations of force chains of No. 50 kPa-1

表 2 平均强度力链极化角区间
Table2 Statistics of orientations of intermediate force chain

实验编号	$S = 0$	$S = 3.7 \text{ mm}$	$S = 8.6 \text{ mm}$	实验编号	$S = 0$	$S = 1.2 \text{ mm}$	$S = 3.7 \text{ mm}$
50 kPa-1	$[0^\circ \sim 9^\circ]$	$[0^\circ \sim 9^\circ]$	$[0^\circ \sim 9^\circ]$	100 kPa-1	$[27^\circ \sim 45^\circ]$	$[36^\circ \sim 45^\circ]$	$[36^\circ \sim 45^\circ]$
	$[72^\circ \sim 81^\circ]$	$[72^\circ \sim 81^\circ]$ $[135^\circ \sim 144^\circ]$	$[63^\circ \sim 81^\circ]$ $[135^\circ \sim 144^\circ]$		$[81^\circ \sim 90^\circ]$	$[81^\circ \sim 90^\circ]$	$[90^\circ \sim 99^\circ]$
50 kPa-2	$[45^\circ \sim 54^\circ]$	$[27^\circ \sim 36^\circ]$	$[90^\circ \sim 99^\circ]$	100 kPa-2	$[108^\circ \sim 117^\circ]$	$[108^\circ \sim 117^\circ]$	$[144^\circ \sim 162^\circ]$
	$[72^\circ \sim 81^\circ]$ $[90^\circ \sim 99^\circ]$ $[144^\circ \sim 153^\circ]$	$[90^\circ \sim 99^\circ]$ $[144^\circ \sim 171^\circ]$	$[90^\circ \sim 108^\circ]$ $[144^\circ \sim 162^\circ]$		$[153^\circ \sim 162^\circ]$	$[153^\circ \sim 162^\circ]$	
50 kPa-3	$[45^\circ \sim 54^\circ]$	$[36^\circ \sim 54^\circ]$	$[45^\circ \sim 54^\circ]$	100 kPa-3	$[0^\circ \sim 27^\circ]$	$[18^\circ \sim 27^\circ]$	$[0^\circ \sim 9^\circ]$
	$[90^\circ \sim 99^\circ]$ $[108^\circ \sim 126^\circ]$ $[135^\circ \sim 153^\circ]$	$[72^\circ \sim 81^\circ]$ $[90^\circ \sim 118^\circ]$ $[144^\circ \sim 153^\circ]$	$[81^\circ \sim 90^\circ]$ $[126^\circ \sim 135^\circ]$ $[144^\circ \sim 153^\circ]$		$[63^\circ \sim 72^\circ]$ $[126^\circ \sim 135^\circ]$	$[63^\circ \sim 72^\circ]$ $[117^\circ \sim 135^\circ]$	$[18^\circ \sim 27^\circ]$ $[63^\circ \sim 72^\circ]$ $[126^\circ \sim 144^\circ]$

结合图10和图11, 比较表1和表2可以发现, 当剪切变形为8.6 mm(50 kPa)或3.7 mm(100 kPa)时, 平均强度力链的“最大极化角区间”均包含于相应时刻的接触向量的“极化角区间”之中, 且均在 $[135^\circ \sim 162^\circ]$ 之间, 这表明, 剪切力的增大诱发了几何结构的各向异性, 而几何结构的各向异性则引起平均强度力

链在这些“极化角度区间”内大量分布, 从而引起平均强度力链分布的局部化。

4 结 语

(1) 光弹性实验可以直观观测到颗粒材料内部力链的分布, 是进行研究颗粒力学的一种有效实验

方法。在试验之前, 试验由于光弹材料在加工过程中产生了较大的加工应力, 为此, 进行了多次退火实验以消除加工应力。光弹材料的选用和加工方法对光弹实验能否成功起着决定性的作用。实验中, 尽量不选用过厚光弹圆盘颗粒材料, 且最好选用较薄光弹板材, 进行切削加工, 这时一般只在颗粒边缘产生加工应力, 可以通过退火消除。本文采用平均彩色梯度法对颗粒受力情况粗略表征, 但是由于拍摄相机的精度和材料光敏感性较弱的限制, 该方法还存在一定的局限性。今后随着高精度的数码相机和光敏感性较强的光弹材料的出现, 该方法有进一步发展的空间。

(2) 本文通过光弹实验, 对二元混合的圆盘颗粒材料直剪性能进行了初步研究。借助光弹实验方法和数字图像处理方法, 研究了二元混合的圆盘颗粒材料, 在直剪作用下的几何结构方向变化。对实验结果统计分析发现, 颗粒材料具有初始各向异性; 直剪作用加剧了颗粒材料几何结构的各向异性; 颗粒材料初始几何结构的各向异性, 对其后直剪过程中几何结构的演变有决定性影响。当颗粒试件到达峰值强度后, 随着剪切变形持续增加, 颗粒试件各向异性减弱了。

(3) 对平均强度力链的方向统计比较发现: 直剪作用的增大诱发了几何结构分布的各向异性, 而几何结构的各向异性则引起力链在这些“极化角度区间”内大量分布, 即平均强度力链分布出现了局部化现象。

参 考 文 献

- [1] R R Hartley. Evolving force networks in deforming granular material[Doctoral dissertation]. USA: Duke University, 2003.
- [2] K Terzaghi. Old earth pressure theories and new test results[J]. **Engineering News-Record**, 1920, 85(14): 632—637.
- [3] G De Josselin De Jong, A. Veruijtit. Etude photo-élastique d'un empilement de disques[J]. **Cahiers Groupe Français Rheol.** 1969, 2: 73—86.
- [4] P A Cundall, O D L Strack. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. **Géotechnique**, 1979, 29(1): 47—65.
- [5] A Drescher, G DeJosselin de Jong. Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material[J]. **J. Mech. Phy. Solids**, 1972, 20 :337—351.
- [6] H.G.B. Allersma. Optical Analysis of stress and strain in photoelastic particle assemblies[Doctoral dissertation]. Netherlands: TU-Delft, 1987.
- [7] M. Oda, J.Konishi. Some experimentally based fundamental results on the mechanical behavior of granular material: Effects of particle rolling[J]. **Géotechnique**, 1980, 30(4): 479—495.
- [8] Junfei Geng, G. Reydellet. Green's function measurements of force transmission in 2D granular materials[J]. **Physica D**, 2003, 182: 274—303.
- [9] M.M Frocht. Photoelasticity (I)[M]. New York: John Wiley& Sons, Inc, 1941.
- [10] T S Majmudar, R.P.Behringer. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials[J]. **Nature**, 2005, 435(2): 1079—1082.
- [11] 天津大学材料力学组. 光弹性原理及测试技术[M]. 北京: 科学出版社, 1980.
- [12] C Rafael. Gonzalez. Digital Image Processing Using MATLAB[M]. USA: Prentice Hall, 2003.